

Modelli longitudinali su poche *wave* – Parte 2

- Autocorrelazione e correlazione tra variabili nel tempo
- Codice lavaan e summary dei modelli
- Qualche estensione dei modelli
- Esempi applicati
- Mixed-models

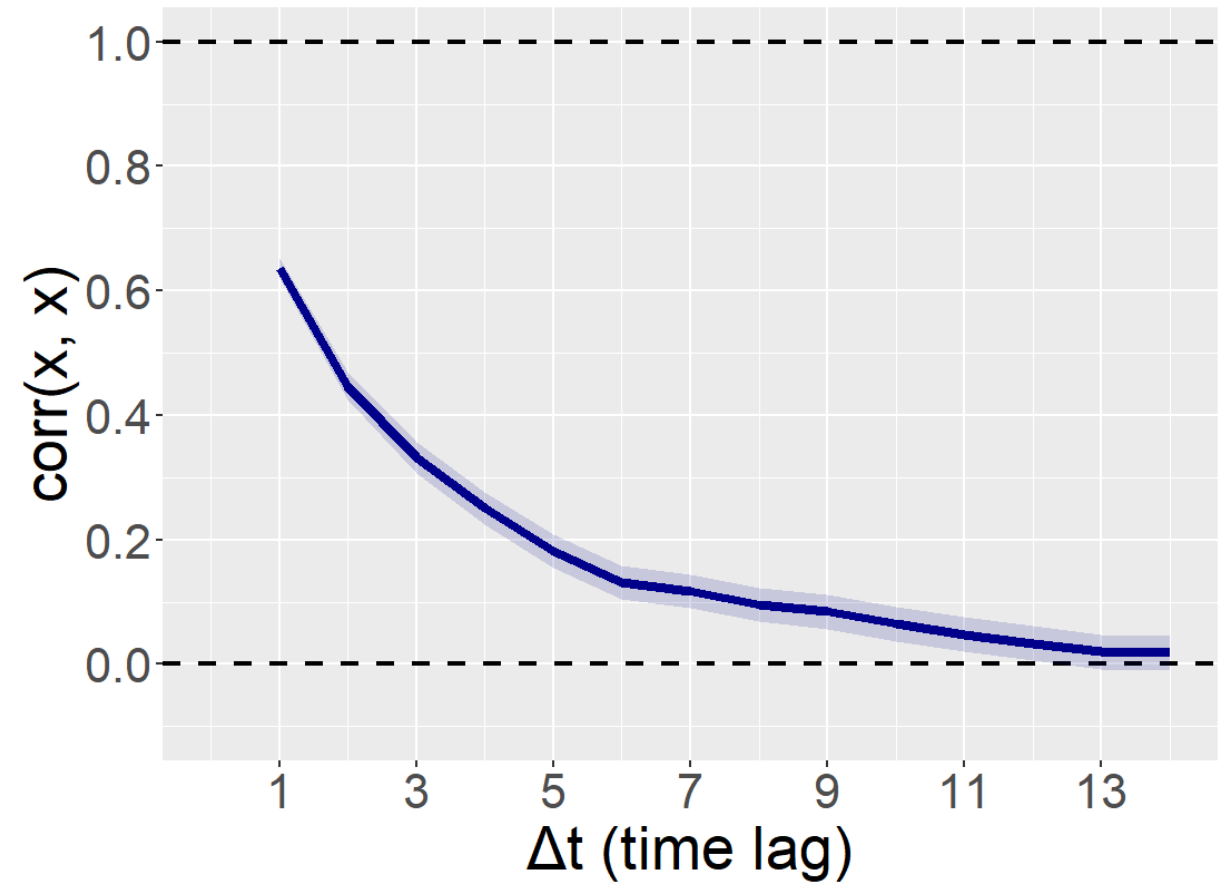
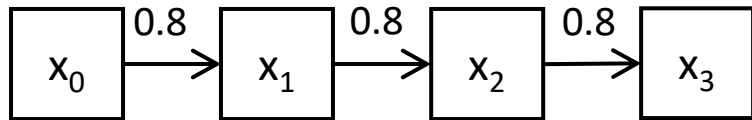
by Enrico Toffalini x M&L lab + Psicostat
enrico.toffalini@unipd.it

Autocorrelazione di una variabile nel tempo

autoregressione

$N = 5000$, residual $\sigma = 1.0$

al passare del tempo, l'osservazione iniziale è sempre meno correlata (c'è sempre meno legame) con l'osservazione al tempo t

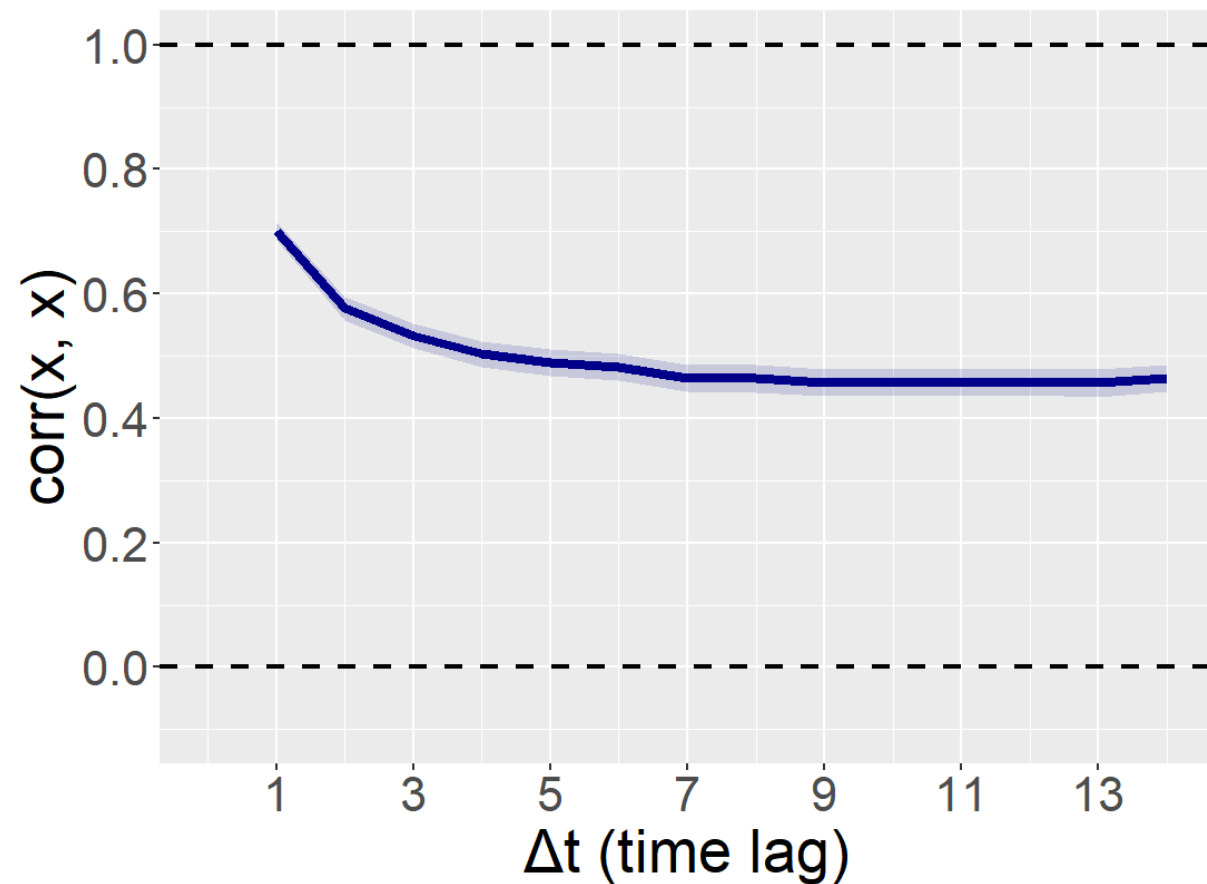
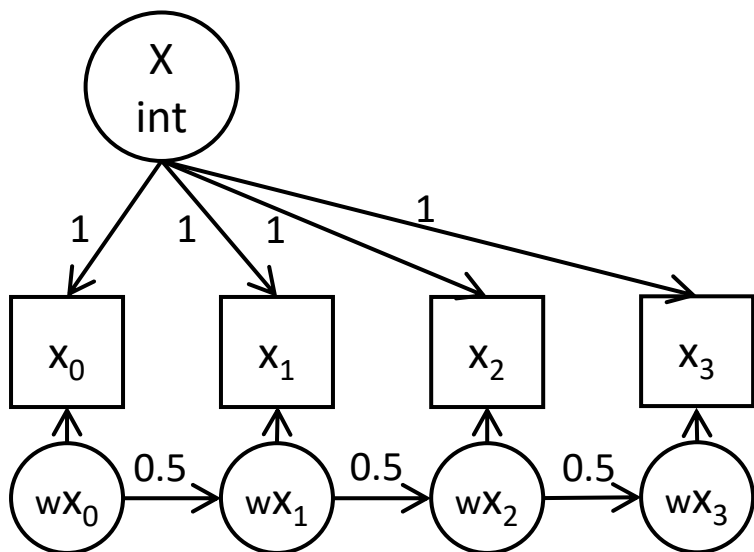


Autocorrelazione di una variabile nel tempo

autoregressione con
intercetta variabile (tratto)

$N = 5000$, residual $\sigma = 1.0$
 σ intercept = 1.0

al passare del tempo, la correlazione tra l'osservazione iniziale e quella al tempo t si abbassa fino al punto che dipende solo dall'intercetta random (tratto individuale stabile)

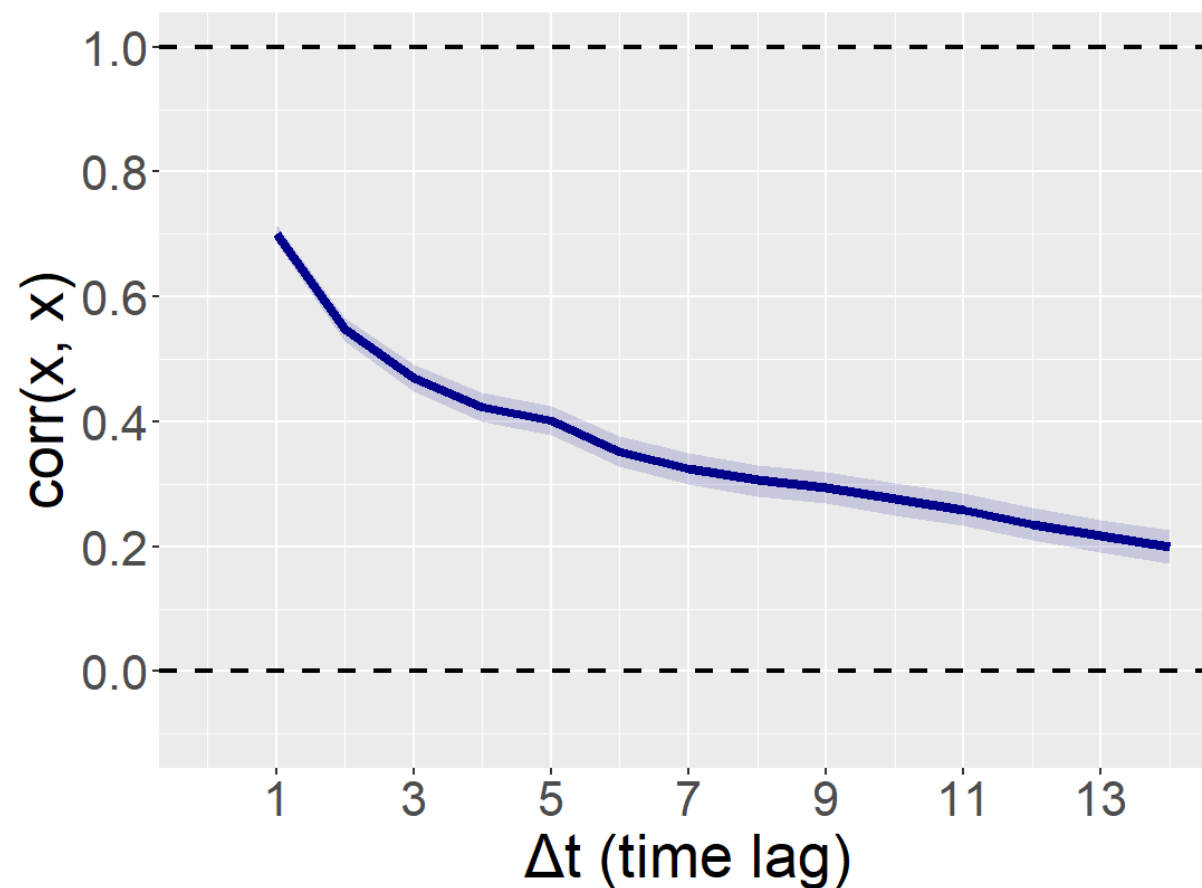
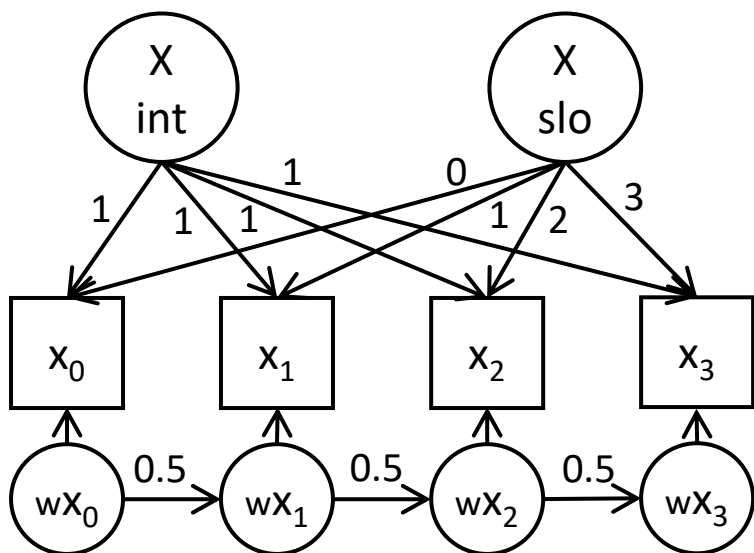


Autocorrelazione di una variabile nel tempo

autoregressione con intercetta variabile (tratto) e slope variabile

$N = 5000$, residual $\sigma = 1.0$
 σ intercept = 1.0, σ slope = 0.2

rispetto a prima, qui vi c'è un continuo abbassamento della correlazione dovuto al drift/slope random che allontana progressivamente l'osservazione iniziale da quella al tempo t

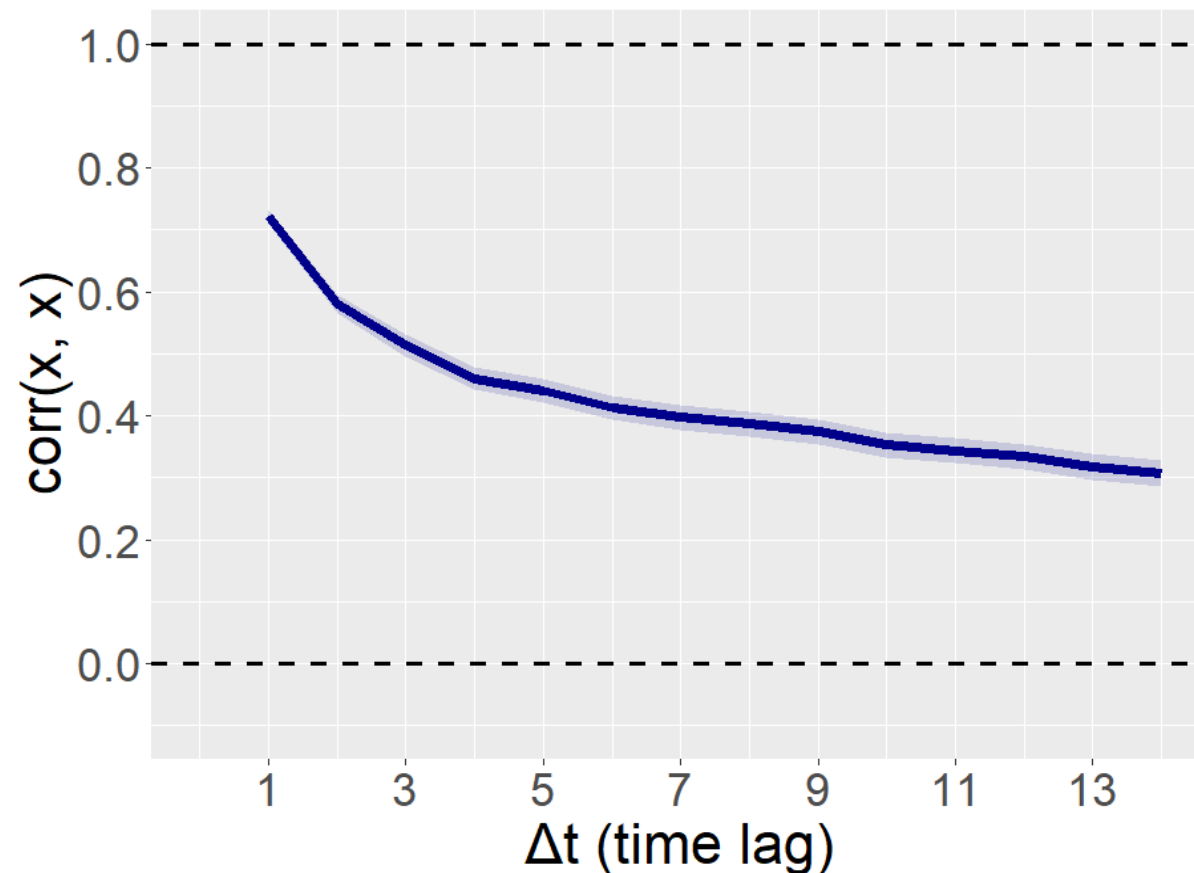
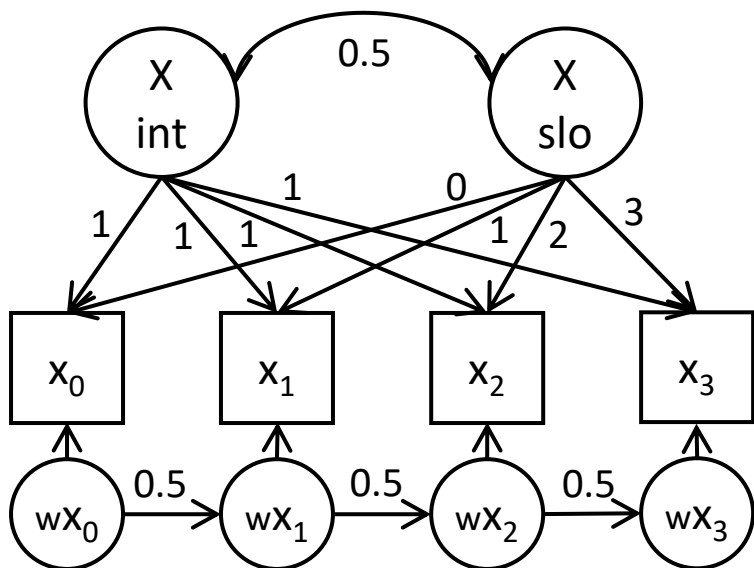


Autocorrelazione di una variabile nel tempo

autoregressione con intercetta variabile (tratto) e slope variabile

$N = 5000$, residual $\sigma = 1.0$
 σ intercept = 1.0, σ slope = 0.2

rispetto a prima, qui vi c'è un continuo abbassamento della correlazione dovuto al drift/slope random che allontana progressivamente l'osservazione iniziale da quella al tempo t

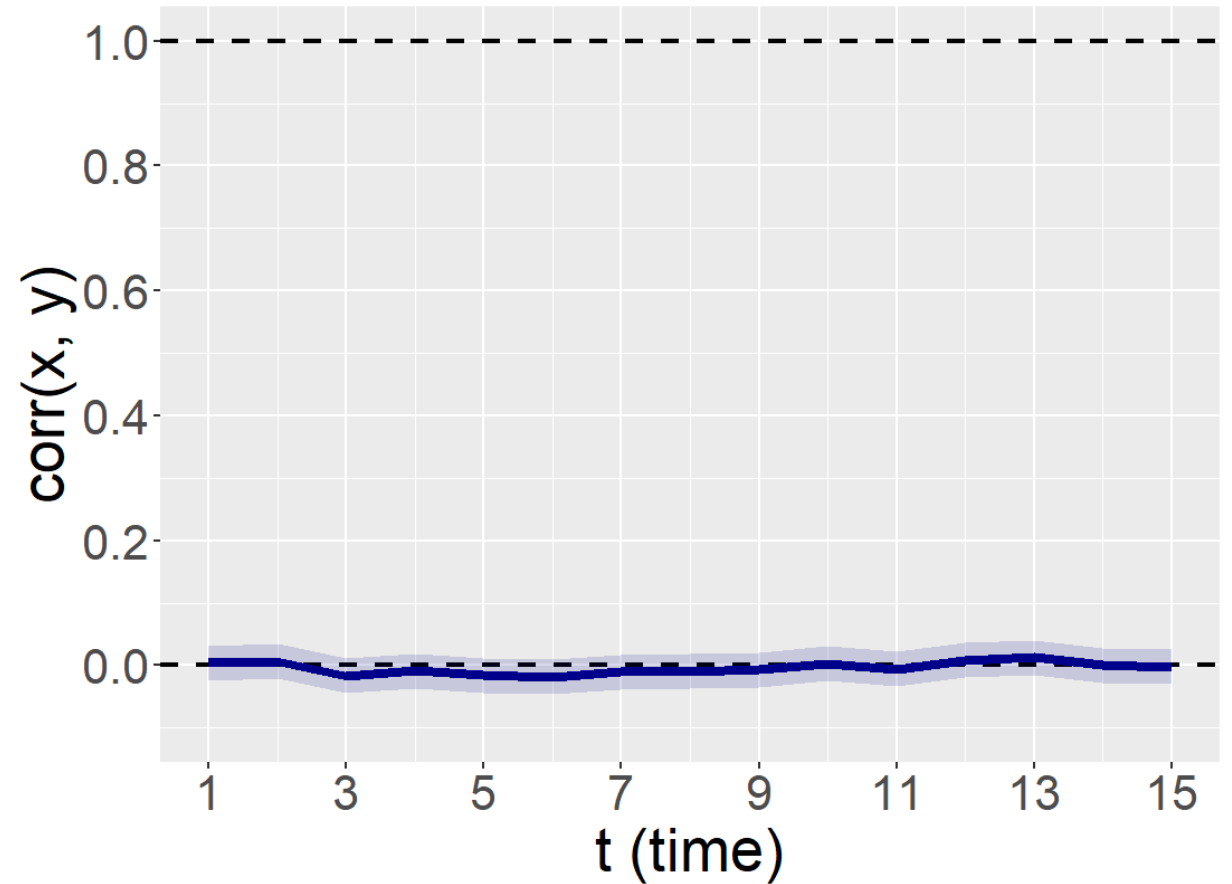
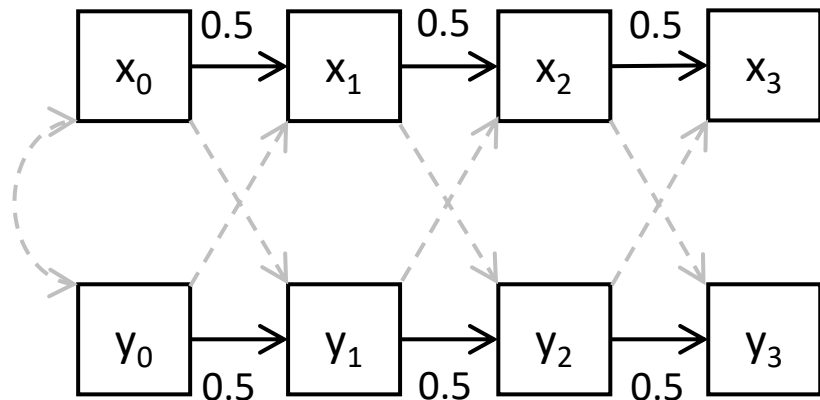


Correlazioni TRA variabili nel tempo

CLPM, solo autoregressivo

N = 5000, residual SD = 1.0

nessuna correlazione tra variabili: iniziano indipendentemente, ciascuna ha il suo effetto autoregressivo (ma nessun effetto incrociato)

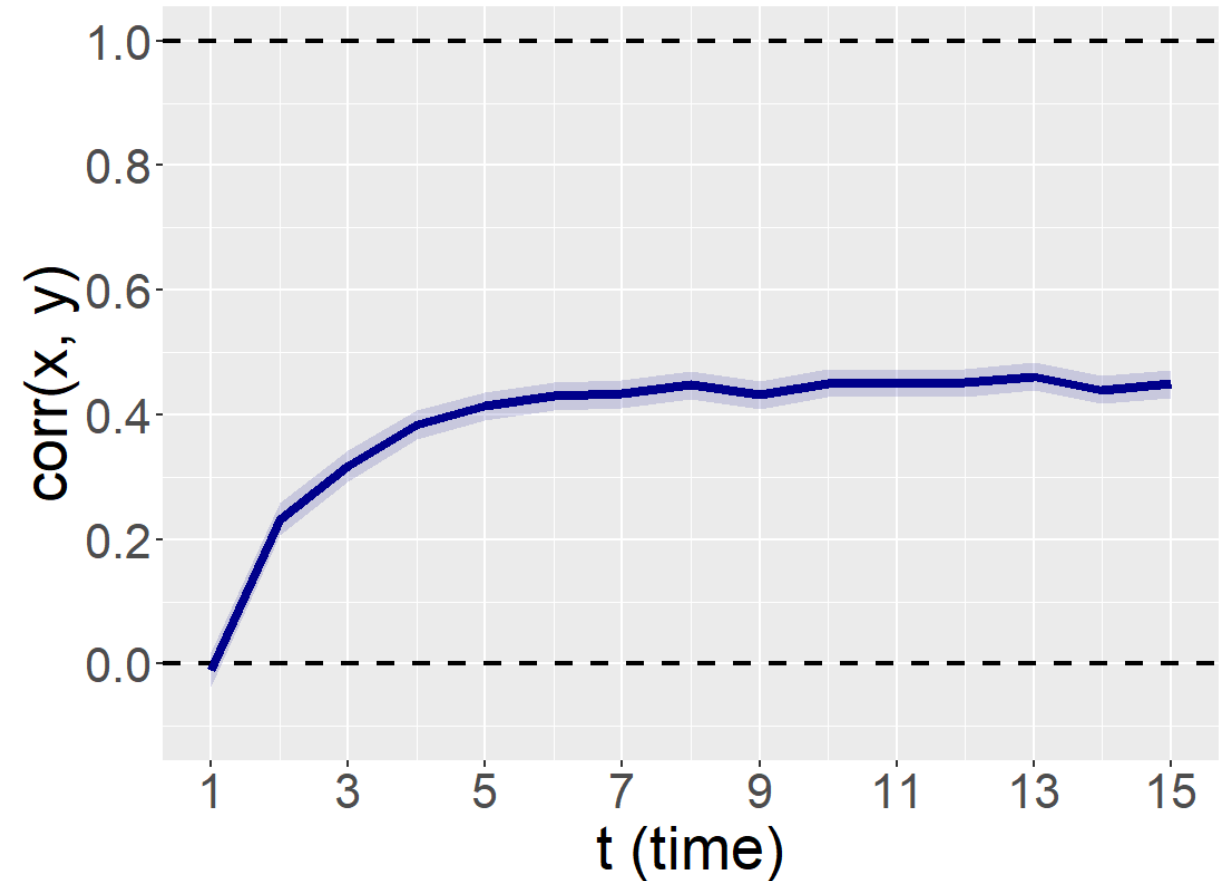
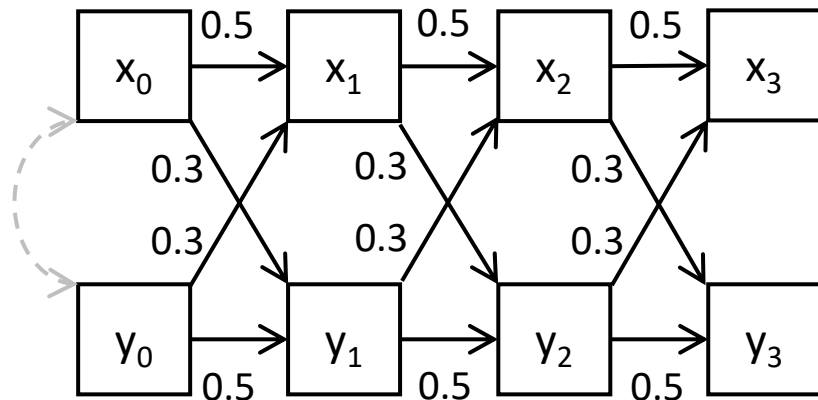


Correlazioni TRA variabili nel tempo

CLPM, con cross-lagged

$N = 5000$, residual $\sigma = 1.0$

la dipendenza cross-lagged rende le due variabili, inizialmente indipendenti, più simili nel tempo, fino a un limite forse dato dalla stazionarietà

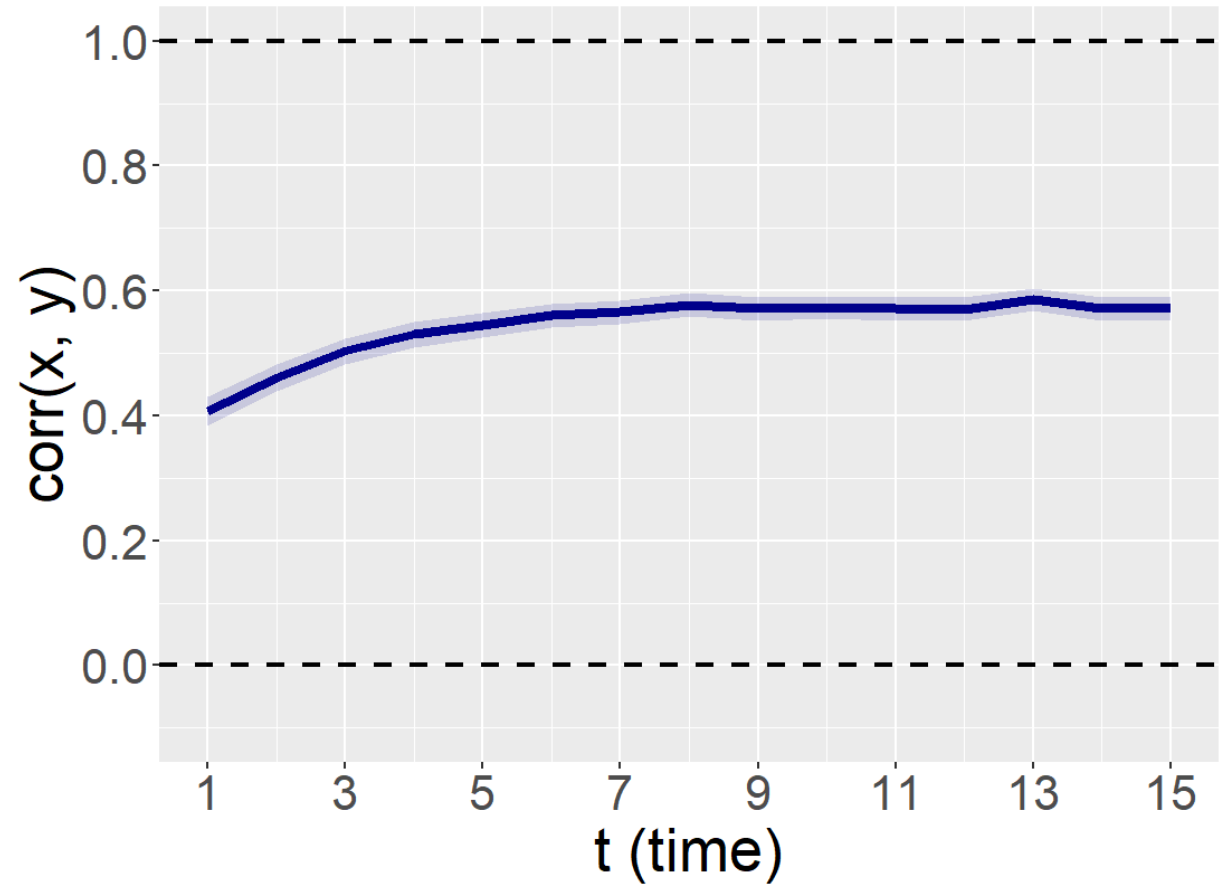
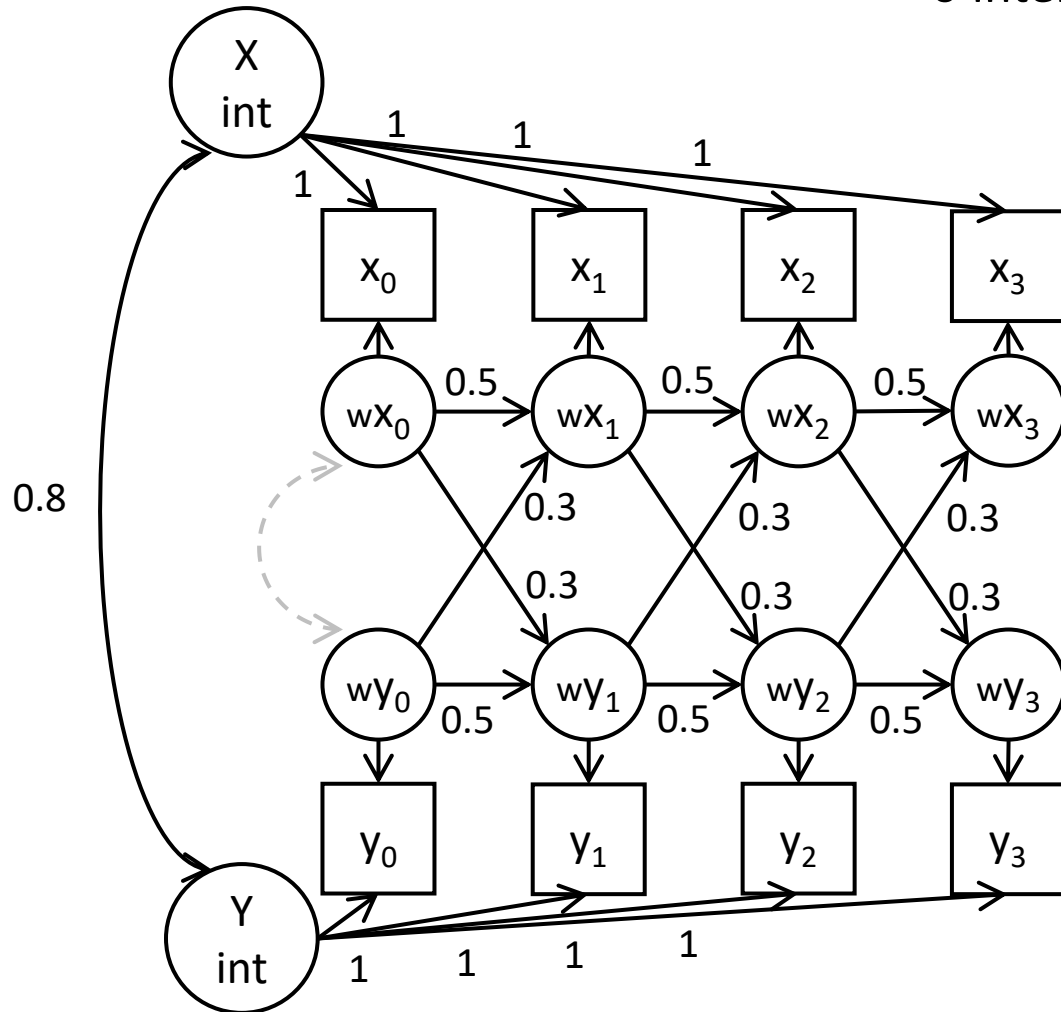


Correlazioni TRA variabili nel tempo

RI-CLPM

$N = 5000$, residual $\sigma = 1.0$
 σ intercept = 1.0

qui l'intercetta random (tratto individuale stabile)
garantisce fin dall'inizio una sostenuta correlazione

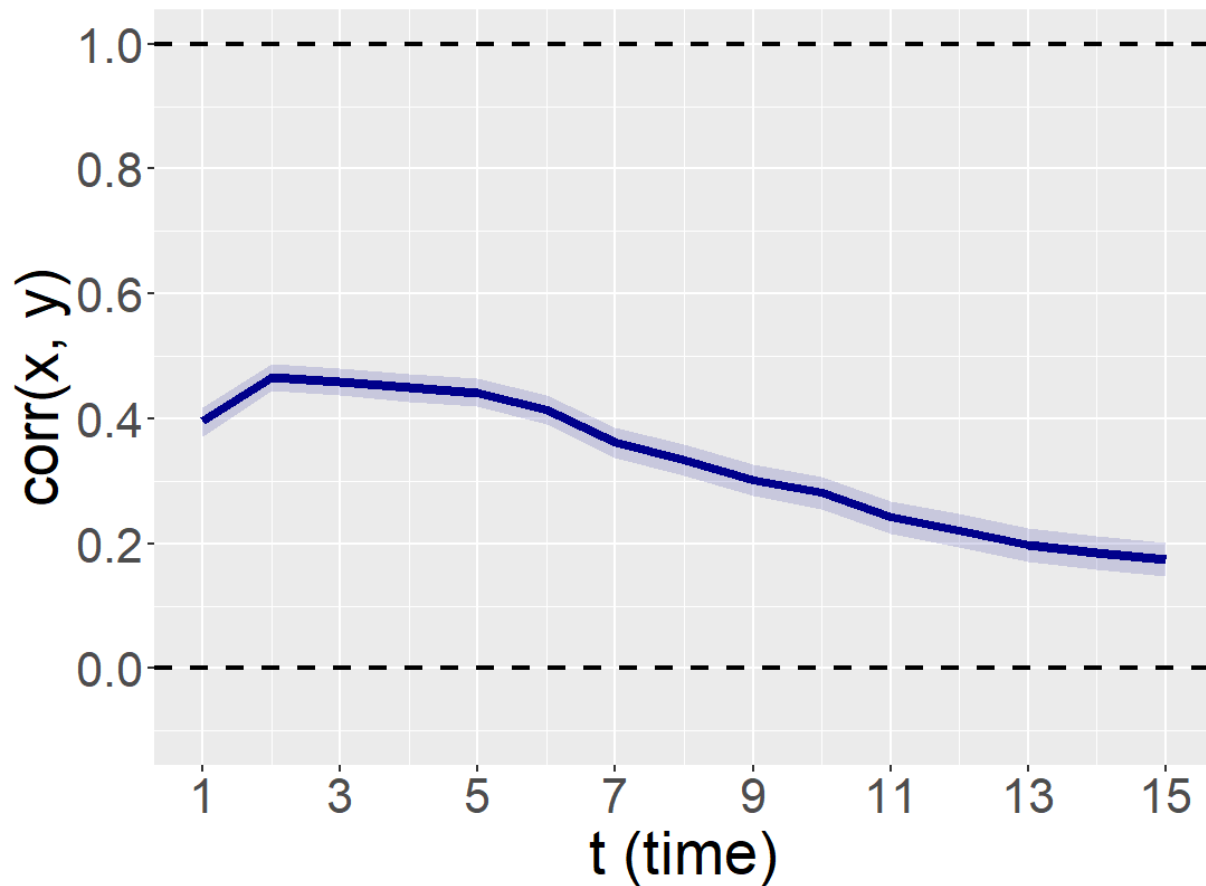
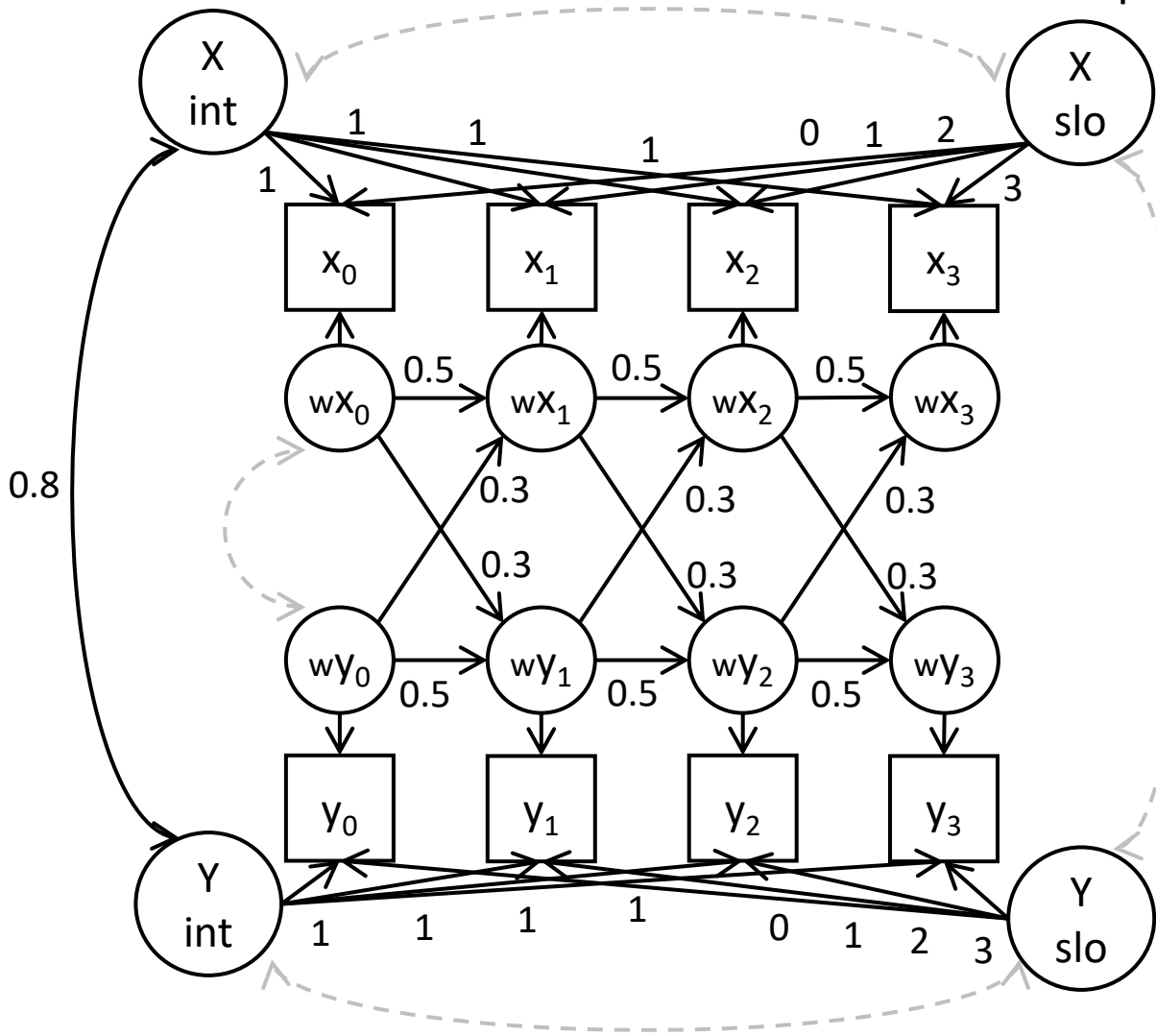


Correlazioni TRA variabili nel tempo

ALT-SR

$N = 5000$, residual $\sigma = 1.0$
 σ intercept = 1.0, σ slope = 0.2

come prima, ma il drift/slope random in ciascuna variabile porta i valori osservati ad allontanarsi progressivamente nel tempo

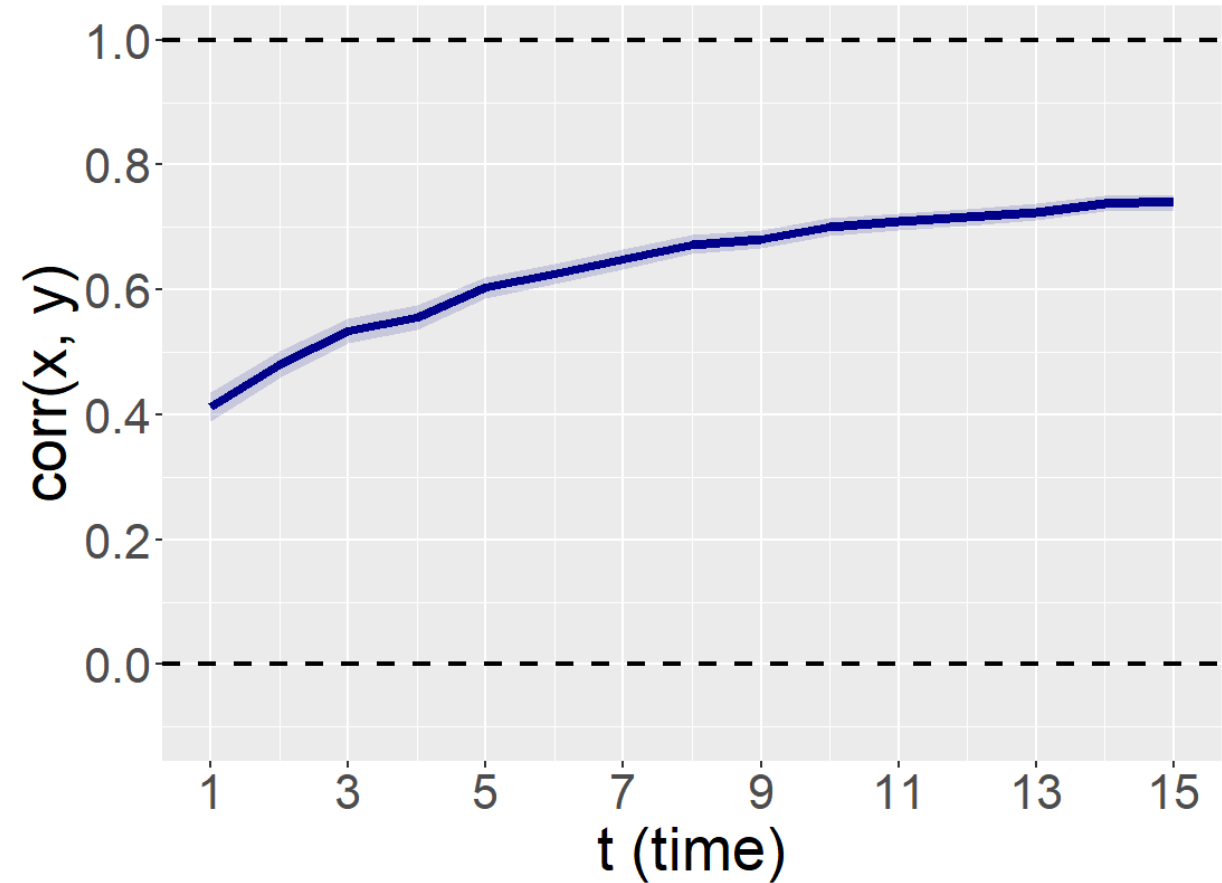
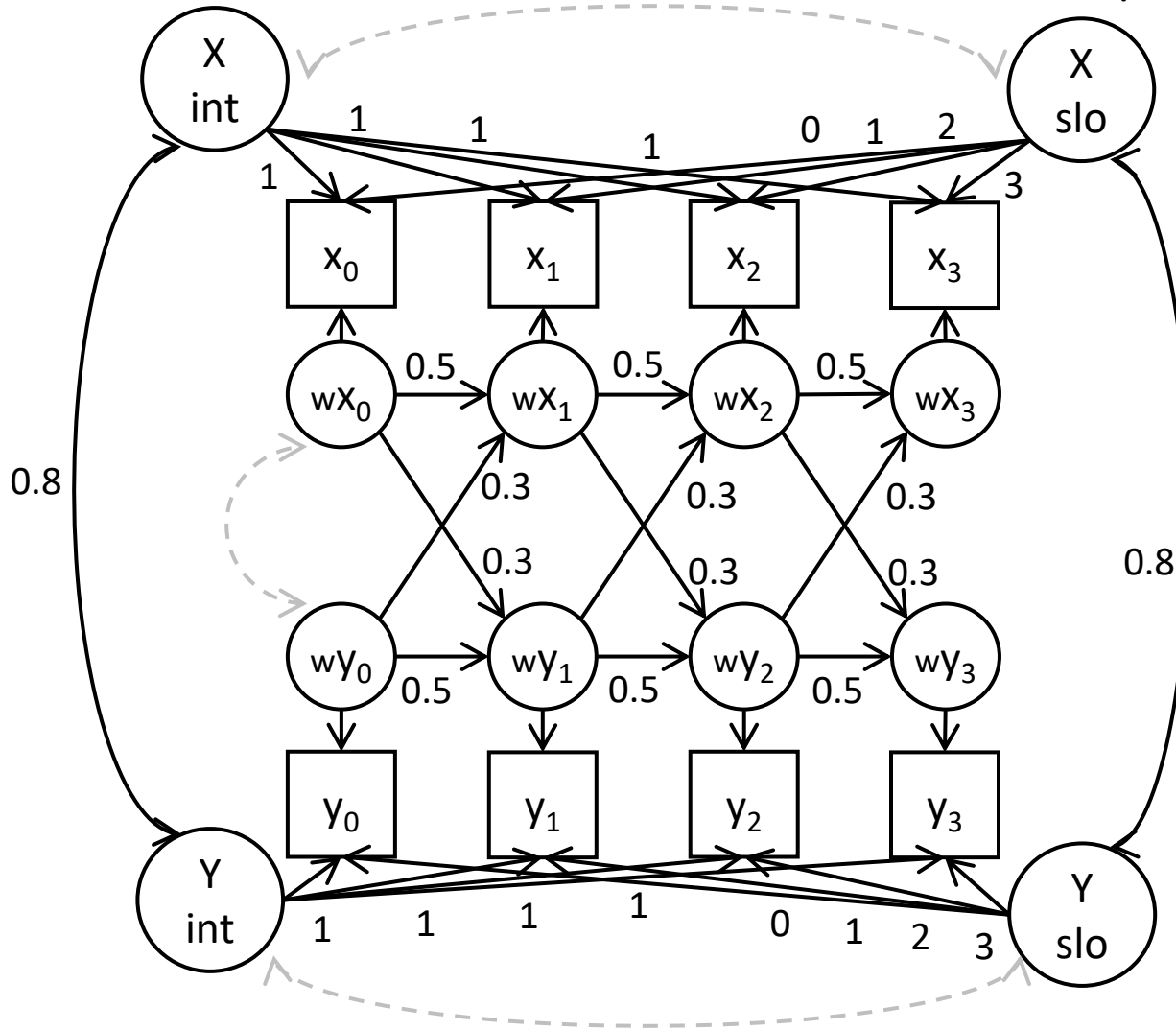


Correlazioni TRA variabili nel tempo

ALT-SR

$N = 5000$, residual $\sigma = 1.0$
 σ intercept = 1.0, σ slope = 0.2

...se invece i drift/slope random sono correlati, la somiglianza nelle traiettorie rende x e y sempre più isomorfi nel tempo



Come si scrive in *lavaan*?

lavaan code

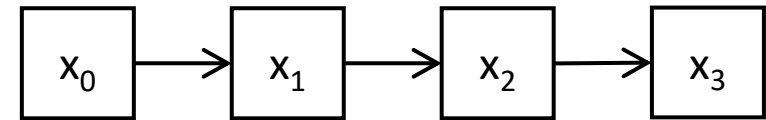
```
autoreg = "  
  x1 ~ x0  
  x2 ~ x1  
  x3 ~ x2  
"
```

```
fit = sem(model=autoreg, data=df)
```

```
summary(fit, standardized=T)
```

```
fitmeasures(fit, fit.measures=c("rmsea", "cfi"))
```

semplice processo
autoregressivo univariato



Come si scrive in *lavaan*?

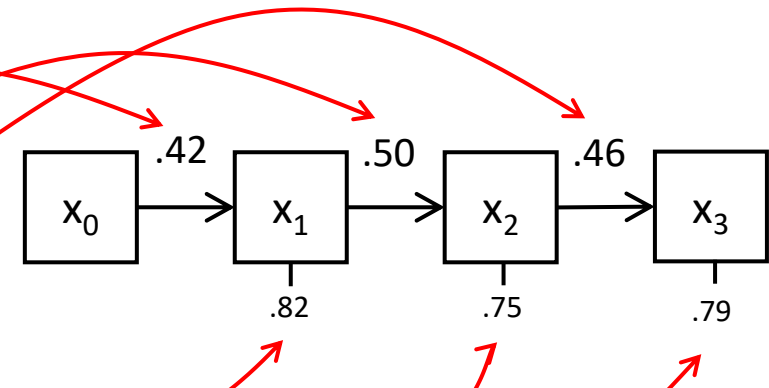
lavaan summary

Regressions:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
x1 ~						
x0	0.466	0.044	10.478	0.000	0.466	0.424
x2 ~						
x1	0.510	0.040	12.825	0.000	0.510	0.498
x3 ~						
x2	0.463	0.040	11.505	0.000	0.463	0.458

Variances:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
.x1	1.006	0.064	15.811	0.000	1.006	0.820
.x2	0.970	0.061	15.811	0.000	0.970	0.752
.x3	1.046	0.066	15.811	0.000	1.046	0.791



Come si scrive in *lavaan*?

lavaan code

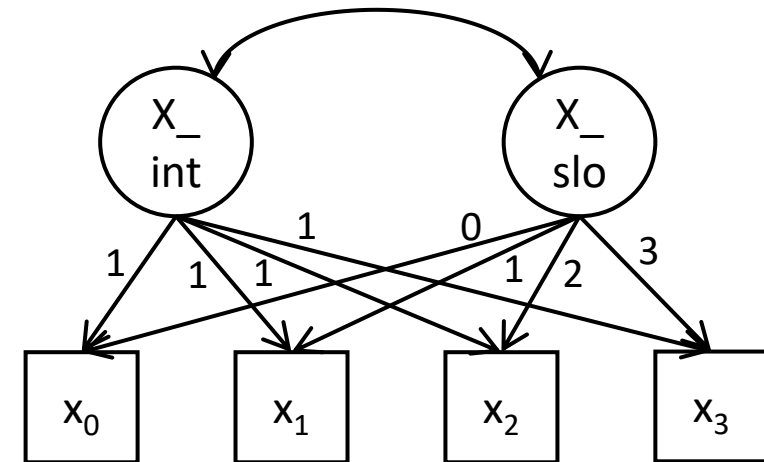
```
lgm = "  
# DEFINISCO LATENTI LGM  
X_int =~ 1*x0 + 1*x1 + 1*x2 + 1*x3  
X_slo =~ 0*x0 + 1*x1 + 2*x2 + 3*x3  
  
# SPECIFICO CORRELAZIONE INT-SLO  
# (non necessario perché di solito già implicato)  
X_int ~~ X_slo  
"
```

```
fit = growth(model=lgm, data=df)
```

```
summary(fit, standardized=T)
```

```
fitmeasures(fit, fit.measures=c("rmsea", "cfi"))
```

Latent Growth Model



Come si scrive in *lavaan*?

Latent Variables:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
X_int =~						
x0	1.000				2.973	0.824
x1	1.000				2.973	0.772
x2	1.000				2.973	0.740
x3	1.000				2.973	0.700
X_slo =~						
x0	0.000				0.000	0.000
x1	1.000				0.389	0.101
x2	2.000				0.778	0.194
x3	3.000				1.166	0.274

Covariances:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
X_int ~~						
X_slo	0.617	0.195	3.161	0.002	0.534	0.534

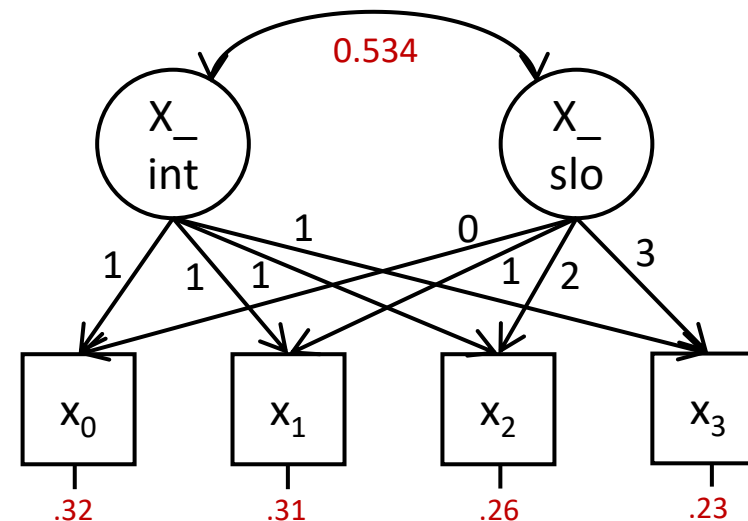
Intercepts:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
.x0	0.000				0.000	0.000
.x1	0.000				0.000	0.000
.x2	0.000				0.000	0.000
.x3	0.000				0.000	0.000
X_int	9.898	0.154	64.337	0.000	3.329	3.329
X_slo	1.040	0.045	23.375	0.000	2.676	2.676

Variances:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
.x0	4.190	0.474	8.849	0.000	4.190	0.322
.x1	4.610	0.369	12.508	0.000	4.610	0.311
.x2	4.217	0.364	11.573	0.000	4.217	0.261
.x3	4.159	0.510	8.162	0.000	4.159	0.230
X_int	8.839	0.790	11.192	0.000	1.000	1.000
X_slo	0.151	0.096	1.574	0.115	1.000	1.000

Latent Growth Model



Intercetta media: 9.898

Slope media: 1.040

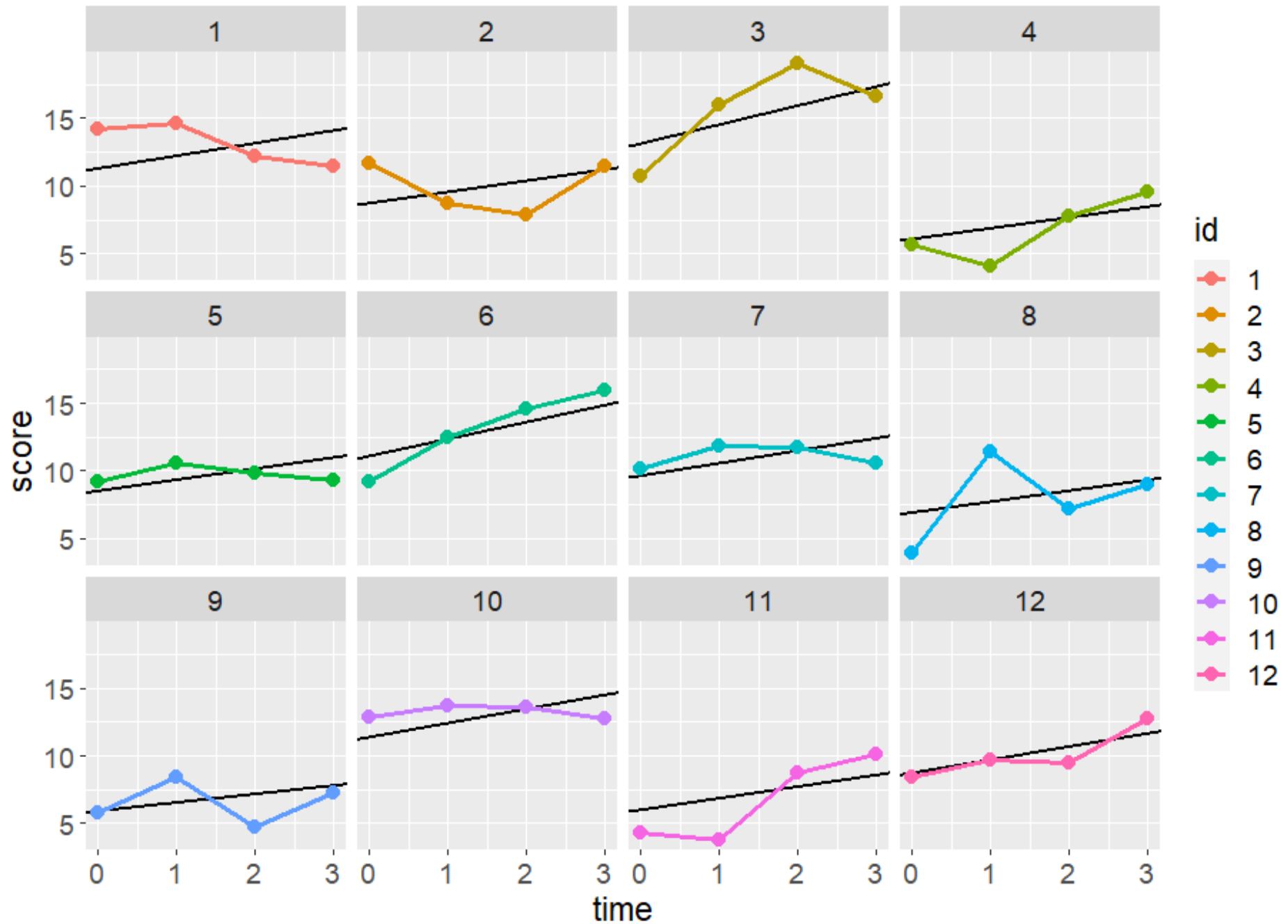
Dev.std. dell'intercetta: $\sqrt{8.839} = 2.973$

Dev.std. della slope: $\sqrt{0.151} = 0.389$

```
> predict(fitLGM) [1:12,]
```

	Intercept	Slope
[1,]	11.346136	0.9352757
[2,]	8.737948	0.8244784
[3,]	13.162323	1.4020280
[4,]	6.085819	0.7943986
[5,]	8.541993	0.8231314
[6,]	11.112755	1.2597888
[7,]	9.628540	0.9244987
[8,]	6.912854	0.8160067
[9,]	5.954298	0.6345113
[10,]	11.390179	1.0418016
[11,]	6.034629	0.8641870
[12,]	8.746568	0.9773489

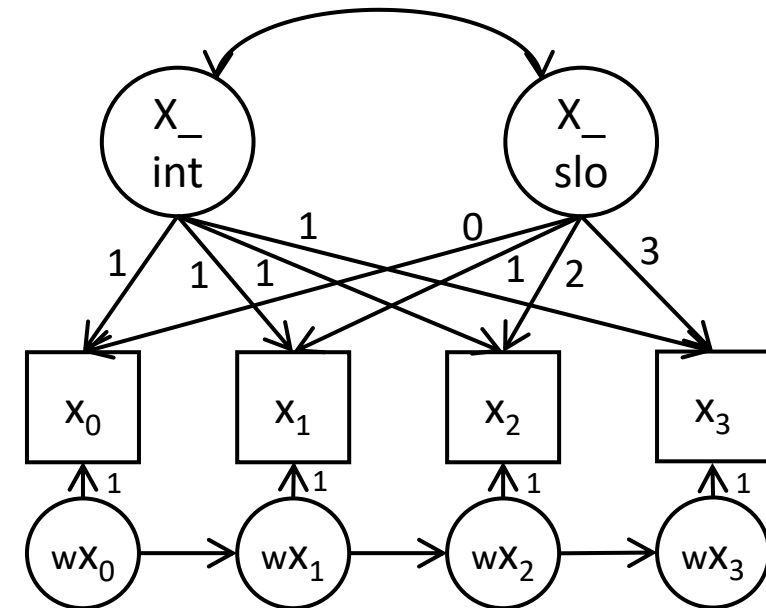
Le intercette individuali, che variano molto, si adattano bene, le slope individuali meno: con soli 4 *time point* prevale il *partial pooling*... ma è giusto così per non andare in *overfitting*



Come si scrive in *lavaan*?

```
altsr_uni = "  
  # DEFINISCO LATENTI PARTE LGM  
  X_int =~ 1*x0 + 1*x1 + 1*x2 + 1*x3  
  X_slo =~ 0*x0 + 1*x1 + 2*x2 + 3*x3  
  # RESIDUI WITHIN-SUBJECT  
  wx0 =~ 1*x0  
  wx1 =~ 1*x1  
  wx2 =~ 1*x2  
  wx3 =~ 1*x3  
  # PARTE AUTOREGRESSIVA (SU RESIDUI WITHIN)  
  wx1 ~ wx0  
  wx2 ~ wx1  
  wx3 ~ wx2  
  # SPECIFICO CORRELAZIONE INTERCETTA-SLOPE  
  X_int ~~ X_slo  
  # SPECIFICO VALORI MEDI INTERCPT E SLOPE  
  X_int ~ 1  
  X_slo ~ 1  
  # SPECIFICO VARIANZE INTERCETTE E SLOPE  
  X_int ~~ X_int  
  X_slo ~~ X_slo  
  # SPECIFICO VARIANZE DEI RESIDUI  
  wx0 ~~ wx0  
  wx1 ~~ wx1  
  wx2 ~~ wx2  
  wx3 ~~ wx3
```

ALT-SR (univariato)



uso la funzione «lavaan», che richiede di specificare tutti i parametri (al contrario di «sem» o «growth») ma è più flessibile

```
fit = lavaan(model=altsr_uni, data=df)
```


Come si scrive in *lavaan*?

```
altsr_bi = "
```

```
# (...) TUTTO IL RESTO GIA' VISTO PER X e Y
```

```
# PARTE AUTOREGRESSIVA E CROSS-LAGGED
```

```
wx1 ~ wx0 + wy0
```

```
wx2 ~ wx1 + wy1
```

```
wx3 ~ wx2 + wy2
```

```
wy1 ~ wy0 + wx0
```

```
wy2 ~ wy1 + wx1
```

```
wy3 ~ wy2 + wx2
```

```
# CORRELAZIONI INTERCETTE E SLOPE TRA VARIABILI
```

```
X_int ~~ Y_int
```

```
X_int ~~ Y_slo
```

```
(...)
```

```
"
```

```
# alternativa con eventuali constraints temporali
```

```
wx1 ~ arx*wx0 + clyx*wy0
```

```
wx2 ~ arx*wx1 + clyx*wy1
```

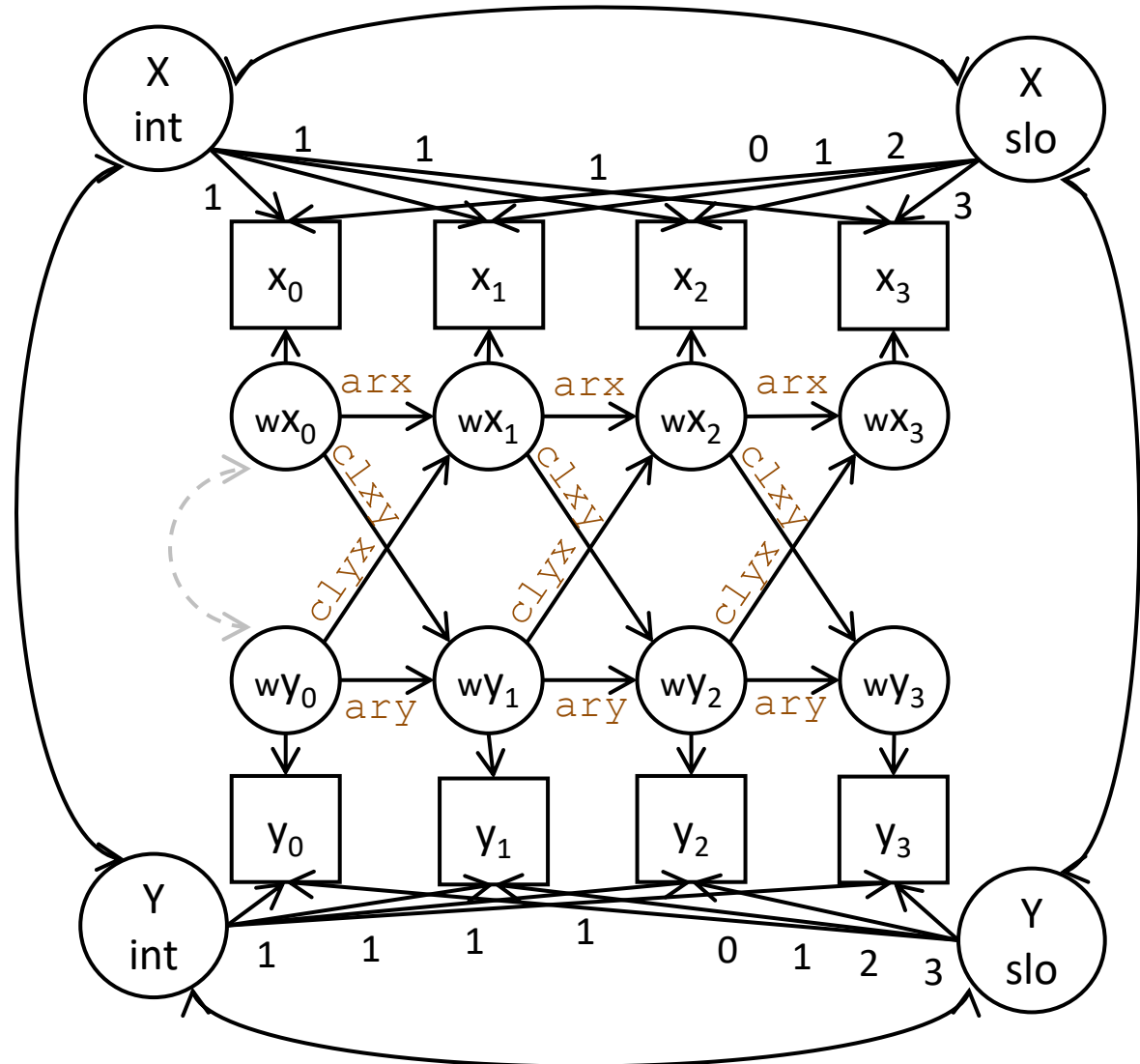
```
wx3 ~ arx*wx2 + clyx*wy2
```

```
wy1 ~ ary*wy0 + clxy*wx0
```

```
wy2 ~ ary*wy1 + clxy*wx1
```

```
wy3 ~ ary*wy2 + clxy*wx2
```



ALT-SR



ESTENSIONI DEI MODELLI

STRUCTURAL EQUATION MODELING: A MULTIDISCIPLINARY JOURNAL
2021, VOL. 28, NO. 4, 638–648
<https://doi.org/10.1080/10705511.2020.1784738>

 **Routledge**
Taylor & Francis Group

 OPEN ACCESS  Check for updates

TEACHER'S CORNER

Three Extensions of the Random Intercept Cross-Lagged Panel Model

Jeroen D. Mulder  and Ellen L. Hamaker

Utrecht University

ABSTRACT

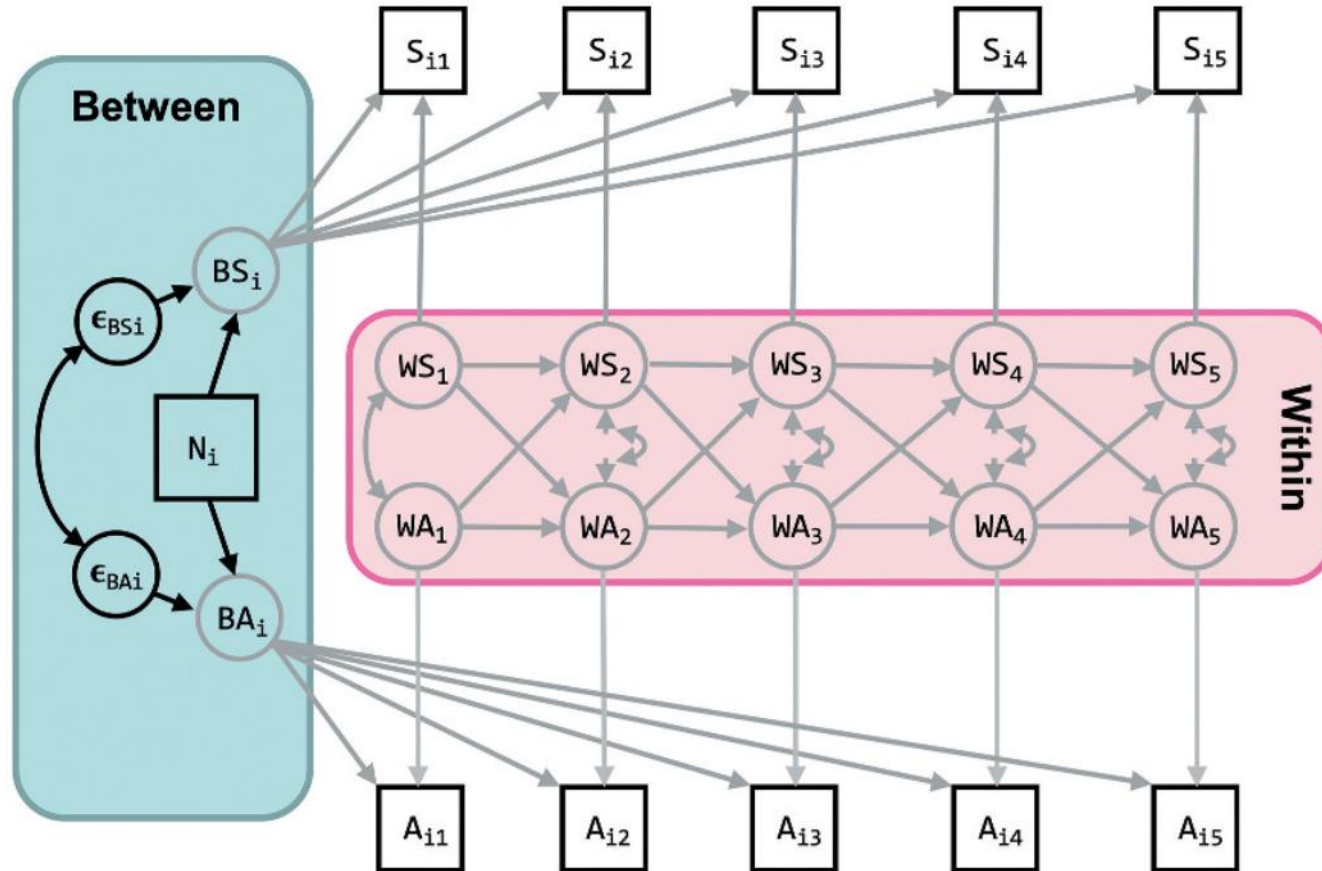
The random intercept cross-lagged panel model (RI-CLPM) is rapidly gaining popularity in psychology and related fields as a structural equation modeling (SEM) approach to longitudinal data. It decomposes observed scores into within-unit dynamics and stable, between-unit differences. This paper discusses three extensions of the RI-CLPM that researchers may be interested in, but are unsure of how to accomplish: (a) including stable, person-level characteristics as predictors and/or outcomes; (b) specifying a multiple-group version; and (c) including multiple indicators. For each extension, we discuss which models need to be run in order to investigate underlying assumptions, and we demonstrate the various modeling options using a motivating example. We provide fully annotated code for *lavaan* (R-package) and Mplus on an accompanying website.

KEYWORDS

Random-Intercept Cross-Lagged Panel Model; panel data; within-person dynamics; longitudinal modeling

ESTENSIONI DEI MODELLI

Between-level N_i affecting the random intercepts

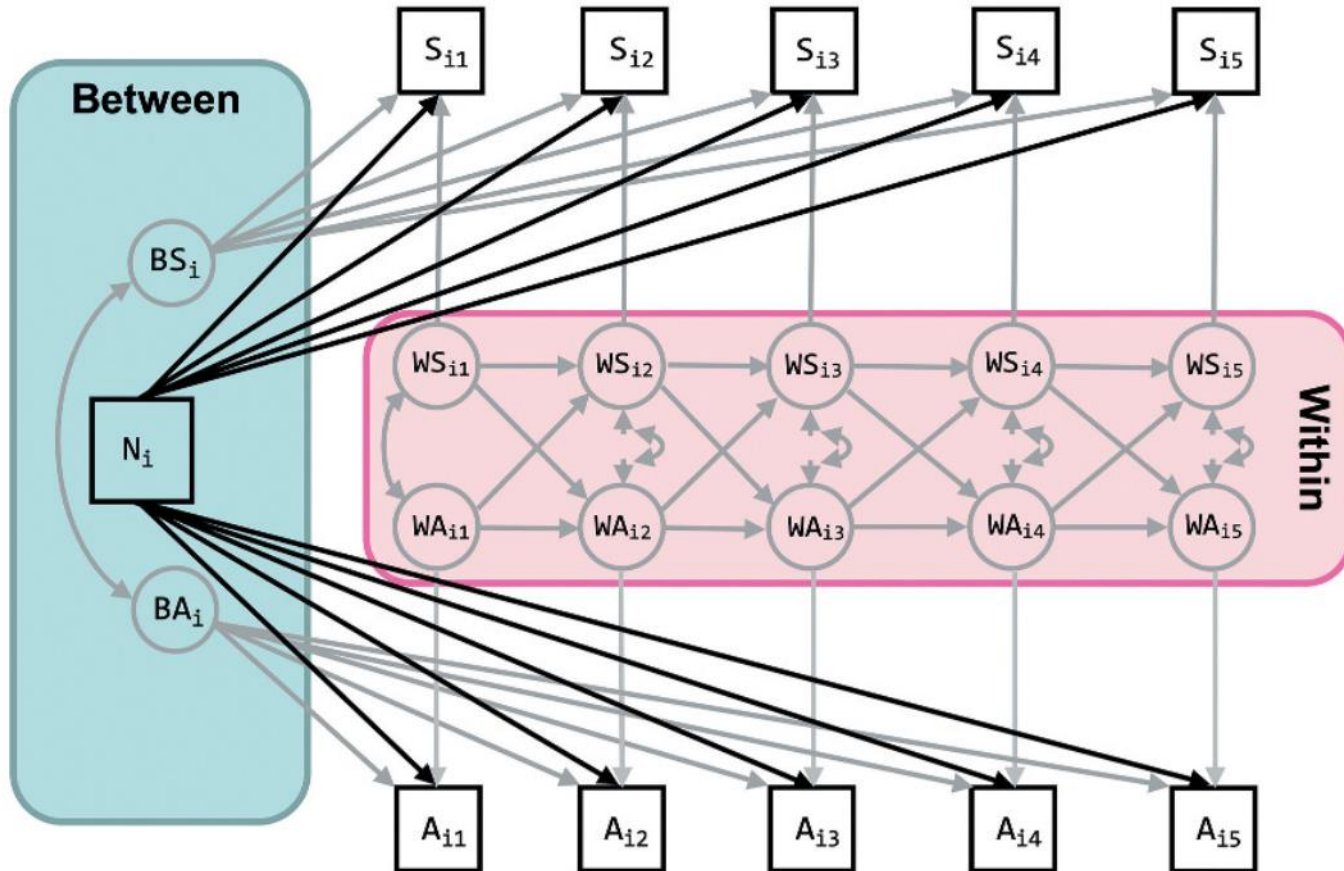


Qui c'è un predittore (N_i) che varia between-subject e influenza le intercette dei soggetti (BS_i e BA_i)

nell'esempio: il tratto di Nevroticismo (N) influenza sia i livelli stabili (di tratto) del Sonno (S) che dell'Ansia (A)

ESTENSIONI DEI MODELLI

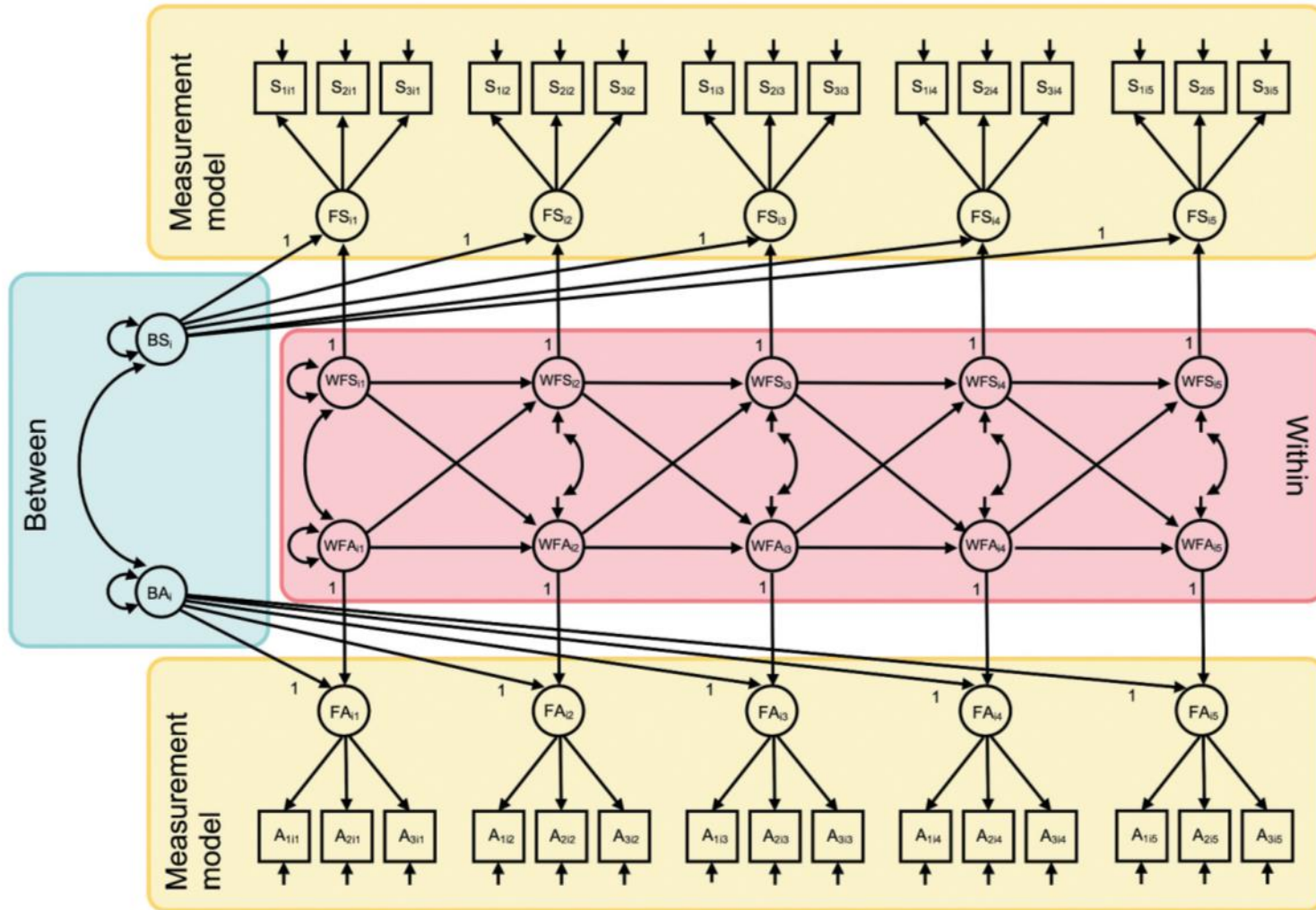
Between-level N_i affecting the observations



come prima, ma il predittore between-subject stavolta influenza *direttamente* le variabili osservate a ciascun tempo

probabilmente non ha molto senso in questo caso, ma lo potrebbe avere in ambito evolutivo (es. un predittore può avere effetti più o meno differenziati sul fenomeno osservato a diverse età)

ESTENSIONI DEI MODELLI



classico RI-CLPM, ma anziché usare i *sum score* come variabili osservate, si usano gli item e si fa un modello di misura per l'osservazione a ogni tempo

è formalmente più corretto che usare i *sum score*, e coi LGM può evitare problemi artefatti tipo correlazioni intercetta-slope (cf. slide AIP) **MA** richiede di stimare enormemente più parametri

ESEMPI APPLICATI

ESEMPIO – Come gestiamo un LGM in cui una parte delle osservazioni viene da controlli e una parte da casi con una diagnosi?

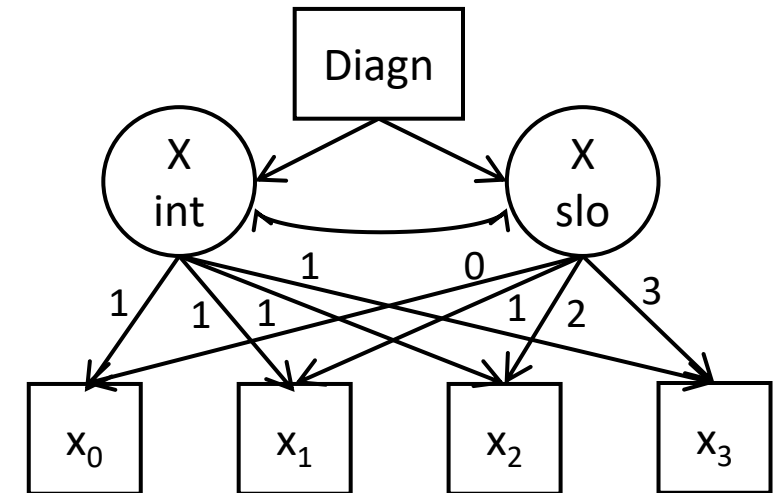
Possibili quesiti di ricerca su *casi vs controlli*:

- Il valore medio di tratto di x è diverso? *
- La variabilità dei valori medi è diversa?
- Il valore medio delle traiettorie/slope è diverso? *
- La variabilità delle traiettorie/slope è diversa?
- La variabilità dei residui osservati è diversa?
- La correlazione tra intercetta e slope è diversa?

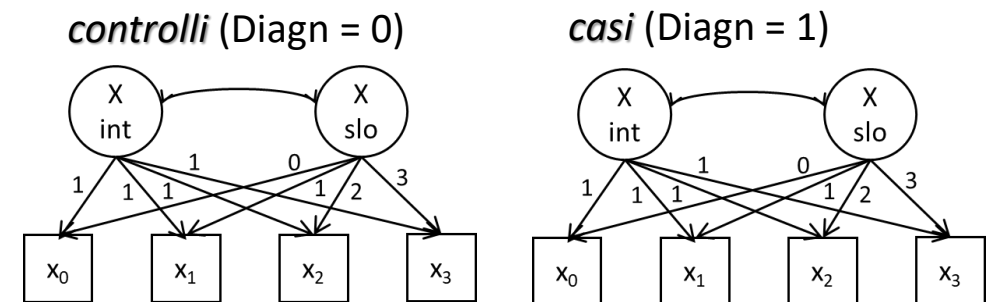
* Solo le domande con l'asterisco possono essere facilmente risolte con l'**Opzione Diagnosi predittore**.

Tutte le domande possono invece essere risolte con l'**Opzione Multigruppo**, che però deve stimare molti più parametri

Opzione Diagnosi predittore



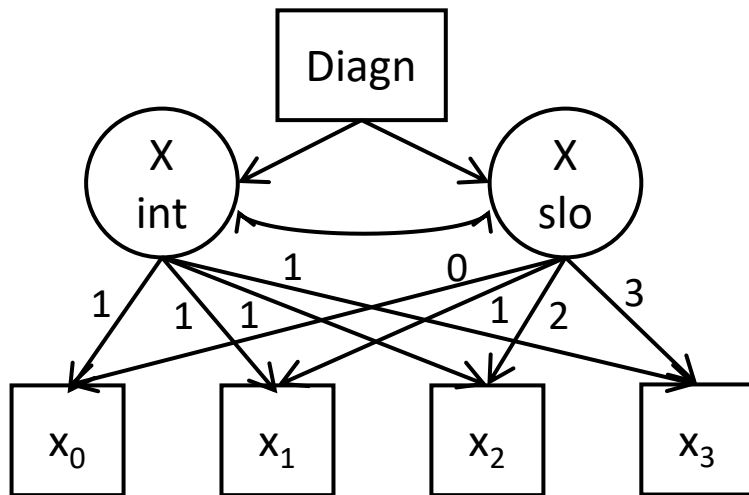
Opzione Multigruppo



ESEMPI APPLICATI

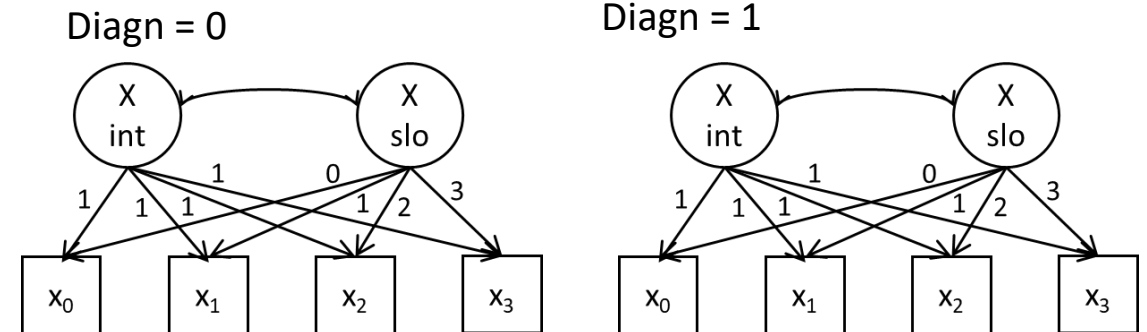
Opzione Diagnosi predittore

```
lgm = "  
  X_int =~ 1*x0 + 1*x1 + 1*x2 + 1*x3  
  X_slo =~ 0*x0 + 1*x1 + 2*x2 + 3*x3  
  X_int ~ Diagn  
  X_slo ~ Diagn  
"  
fit = growth(model=lgm, data=df)
```



Opzione Multigruppo

```
lgm = "  
  X_int =~ 1*x0 + 1*x1 + 1*x2 + 1*x3  
  X_slo =~ 0*x0 + 1*x1 + 2*x2 + 3*x3  
"  
fit = growth(model=lgm, data=df, group="Diagn")
```



Eventuale modello *constrained* (per test di invarianza/confronto tra gruppi)

```
fit1 = growth(model=lgm, data=df, group="Diagn",  
  group.equal=c("means", "lv.variances", "lv.covariances",  
  "residuals"))
```

POSSO FARLO COI MIXED-MODEL?

Posso riscrivere un **Latent Growth Model** come un Linear Mixed-Model?

Ha indiscutibilmente potenziali vantaggi:

- Facilità interpretazione per chi non è familiare coi SEM ma conosce bene LMM
- Meno problemi nella gestione dei dati mancanti
- Possibilità di gestire il «tempo» eventualmente come un continuo (long dataset)
- Più facilità nel modellare eventuali effetti non-lineari del tempo

La parte «random» (dei soggetti) nel LMM corrisponde alla parte di variabilità delle *intercette* e *slope* latenti del LGM

Ma è davvero la stessa cosa?

POSSO FARLO COI MIXED-MODEL?

Latent Growth Model

```
# FIT MODELLO

model = "
  Intercept  =~ 1*x0 + 1*x1 + 1*x2 + 1*x3
  Slope       =~ 0*x0 + 1*x1 + 2*x2 + 3*x3
"

fitLav = growth(model=model, data=dW)
summary(fitLav, standardized=T)
```

Linear Mixed Model

```
# PREPARO DATASET PER LONG
dL = reshape(dW,
             varying=c("x0", "x1", "x2", "x3"),
             v.names="x", timevar="time",
             times=0:3, direction="long")
dL = dL[order(dL$id),]
head(dL)

# FIT MODELLO

fitLmm = lmer(x ~ 1 + time +
              (1 + time | id),
              data=dL)

summary(fitLmm)
```

POSSO FARLO COI MIXED-MODEL? ✓

Latent Growth Model

Latent Variables:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
Intercept =~						
x0	1.000				3.016	0.949
x1	1.000				3.016	0.892
x2	1.000				3.016	0.837
x3	1.000				3.016	0.779
Slope =~						
x0	0.000				0.000	0.000
x1	1.000				0.483	0.143
x2	2.000				0.965	0.268
x3	3.000				1.448	0.374

Covariances:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
Intercept ~~						
Slope	0.466	0.099	4.726	0.000	0.320	0.320

Intercepts:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
.x0	0.000				0.000	0.000
.x1	0.000				0.000	0.000
.x2	0.000				0.000	0.000
.x3	0.000				0.000	0.000
Intercept	9.915	0.140	70.757	0.000	3.288	3.288
Slope	1.029	0.029	34.982	0.000	2.132	2.132

Variances:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
.x0	0.994	0.140	7.090	0.000	0.994	0.099
.x1	1.179	0.100	11.850	0.000	1.179	0.103
.x2	1.077	0.100	10.799	0.000	1.077	0.083
.x3	0.978	0.153	6.386	0.000	0.978	0.065
Intercept	9.096	0.625	14.544	0.000	1.000	1.000
Slope	0.233	0.035	6.696	0.000	1.000	1.000

Linear Mixed Model

Linear mixed model fit by REML ['lmerMod']

Formula: x ~ 1 + time + (1 + time | id)

Data: dL

REML criterion at convergence: 7984

Scaled residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-3.3722	-0.5249	-0.0015	0.5212	2.8246

Random effects:

Groups	Name	Variance	Std.Dev.	Corr
id	(Intercept)	9.056	3.0093	
	time	0.218	0.4669	0.35
	Residual	1.086	1.0419	

Number of obs: 2000, groups: id, 500

Fixed effects:

	Estimate	Std. Error	t value
(Intercept)	9.9137	0.1401	70.75
time	1.0296	0.0295	34.90

Correlation of Fixed Effects:

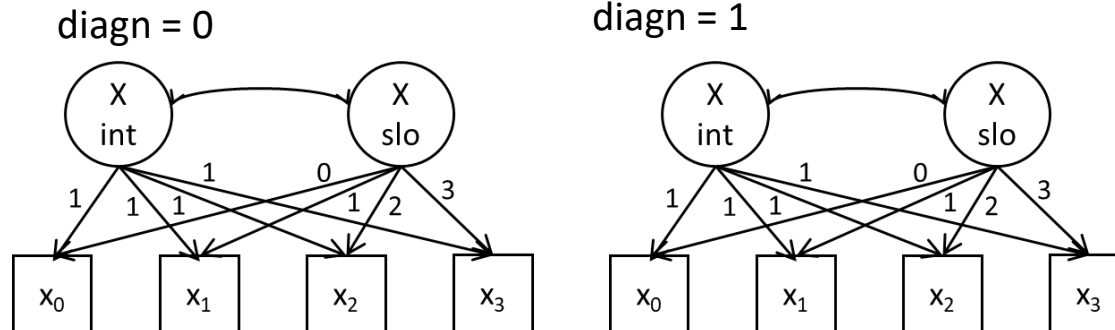
	(Intr)
time	0.078

COMPLICAZIONE MULTIGRUPPO E LMM...

Opzione 1: Multigroup SEM (massima «complicazione»)

```
model = "  
  intercept =~ 1*x0 + 1*x1 + 1*x2 + 1*x3  
  slope =~ 0*x0 + 1*x1 + 2*x2 + 3*x3  
"
```

```
fit = growth(model=model, data=df, group="diagn")  
summary(fitLav, standardized=T)
```



COMPLICAZIONE MULTIGRUPPO E LMM...

Group 1 [Control]:

Opzione 1: Multigroup SEM (massima «complicazione»)

Latent Variables:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
Intercept =~						
x0	1.000				2.987	0.948
x1	1.000				2.987	0.891
x2	1.000				2.987	0.821
x3	1.000				2.987	0.748
Slope =~						
x0	0.000				0.000	0.000
x1	1.000				0.578	0.172
x2	2.000				1.156	0.318
x3	3.000				1.734	0.434

Covariances:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
Intercept ~~						
Slope	0.482	0.099	4.885	0.000	0.279	0.279

Intercepts:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
.x0	0.000				0.000	0.000
.x1	0.000				0.000	0.000
.x2	0.000				0.000	0.000
.x3	0.000				0.000	0.000
Intercept	9.948	0.127	78.503	0.000	3.331	3.331
Slope	1.054	0.030	34.935	0.000	1.823	1.823

Variances:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
.x0	1.015	0.129	7.842	0.000	1.015	0.102
.x1	1.014	0.083	12.212	0.000	1.014	0.090
.x2	1.047	0.091	11.516	0.000	1.047	0.079
.x3	1.113	0.152	7.328	0.000	1.113	0.070
Intercept	8.921	0.560	15.933	0.000	1.000	1.000
Slope	0.334	0.037	9.050	0.000	1.000	1.000

Group 2 [Patient]:

Latent Variables:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
Intercept =~						
x0	1.000				4.297	0.971
x1	1.000				4.297	0.921
x2	1.000				4.297	0.880
x3	1.000				4.297	0.834
Slope =~						
x0	0.000				0.000	0.000
x1	1.000				0.647	0.139
x2	2.000				1.294	0.265
x3	3.000				1.940	0.377

Covariances:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
Intercept ~~						
Slope	0.526	0.217	2.424	0.015	0.189	0.189

Intercepts:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
.x0	0.000				0.000	0.000
.x1	0.000				0.000	0.000
.x2	0.000				0.000	0.000
.x3	0.000				0.000	0.000
Intercept	8.351	0.254	32.890	0.000	1.943	1.943
Slope	0.733	0.047	15.715	0.000	1.133	1.133

Variances:

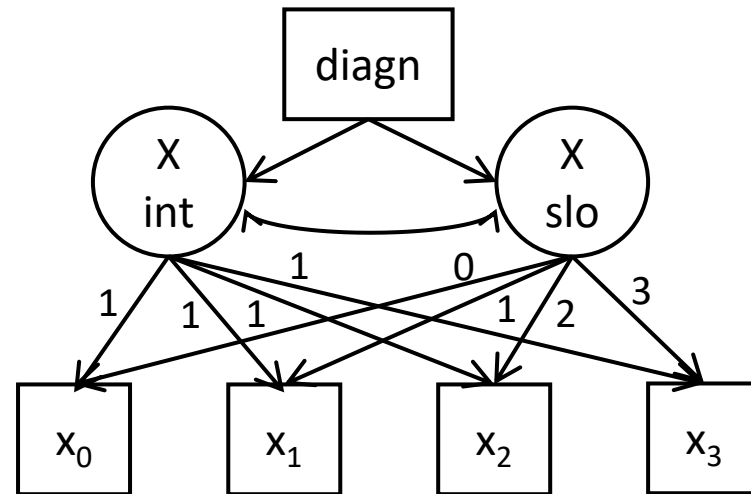
	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
.x0	1.126	0.266	4.240	0.000	1.126	0.057
.x1	1.843	0.198	9.316	0.000	1.843	0.085
.x2	1.623	0.191	8.508	0.000	1.623	0.068
.x3	1.139	0.285	4.000	0.000	1.139	0.043
Intercept	18.465	1.587	11.635	0.000	1.000	1.000
Slope	0.418	0.068	6.140	0.000	1.000	1.000

COMPLICAZIONE MULTIGRUPPO E LMM...

Opzione 2: SEM con diagnosi a predittore

```
model = "  
  intercept =~ 1*x0 + 1*x1 + 1*x2 + 1*x3  
  slope =~ 0*x0 + 1*x1 + 2*x2 + 3*x3  
  intercept ~ diagn  
  slope ~ diagn  
"
```

```
fit = growth(model=model, data=df)  
summary(fitLav, standardized=T)
```



COMPLICAZIONE MULTIGRUPPO E LMM...

Opzione 2: SEM con diagnosi a predittore

(...)

Regressions:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
Intercept ~ diagn	-1.599	0.254	-6.300	0.000	-0.449	-0.212
Slope ~ diagn	-0.323	0.054	-5.999	0.000	-0.521	-0.246

Covariances:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
.Intercept ~~ .Slope	0.492	0.096	5.115	0.000	0.235	0.235

Intercepts:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
.x0	0.000				0.000	0.000
.x1	0.000				0.000	0.000
.x2	0.000				0.000	0.000
.x3	0.000				0.000	0.000
.Intercept	11.547	0.359	32.174	0.000	3.243	3.243
.Slope	1.377	0.076	18.068	0.000	2.219	2.219

Variances:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
.x0	1.050	0.122	8.598	0.000	1.050	0.076
.x1	1.295	0.084	15.484	0.000	1.295	0.083
.x2	1.244	0.086	14.379	0.000	1.244	0.070
.x3	1.109	0.137	8.073	0.000	1.109	0.053
.Intercept	12.108	0.611	19.827	0.000	0.955	0.955
.Slope	0.362	0.033	10.915	0.000	0.940	0.940

i valori medi e l'effetto di «diagn» sono perfettamente uguali a prima, mentre altri parametri (varianze individuali, varianze residue, correlazione int-slo), sono un po' delle vie di mezzo rispetto a prima...

COMPLICAZIONE MULTIGRUPPO E LMM...

Opzione 3: LMM con lme4

```
dL = reshape(df, varying=c("x0", "x1", "x2", "x3"),
             v.names="x", timevar="time",
             times=0:3, direction="long")
dL = dL[order(dL$id),]
head(dL)
```

```
library(lmer)
fitLmm = lmer(x ~ time*diagn +
             (time | id), data=dL)
```

```
summary(fitLmm)
```

```
x ~ 1 + time + diagn + time:diagn + (1 + time | id)
```

```
Linear mixed model fit by REML ['lmerMod']
Formula: x ~ 1 + diagn + time * diagn + (1 + time | id)
Data: dL
```

REML criterion at convergence: 15081.6

Scaled residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-3.01677	-0.51842	-0.00174	0.53600	2.85042

Random effects:

Groups	Name	Variance	Std.Dev.	Corr
id	(Intercept)	12.069	3.4741	
	time	0.342	0.5848	0.26
	Residual	1.211	1.1005	

Number of obs: 3600, groups: id, 900

Fixed effects:

	Estimate	Std. Error	t value
(Intercept)	9.94789	0.14672	67.800
diagnPatient	-1.59960	0.25413	-6.294
time	1.05409	0.03120	33.780
diagnPatient:time	-0.32418	0.05405	-5.998

Correlation of Fixed Effects:

	(Intr)	dgnPtn	time
diagnPatint	-0.577		
time	0.061	-0.035	
dignPtnt:tm	-0.035	0.061	-0.577

COMPLICAZIONE MULTIGRUPPO E LMM...

Opzione 3.1: LMM con *brms*

in certi casi favorisce la convergenza, evita le *singularity*, facilita il fitting multi-gruppo (come qui), e se vi piace l'approccio Bayesiano ci potete mettere delle prior

```
Family: gaussian
Links: mu = identity; sigma = identity
Formula: x ~ time * diagn + (1 + time | gr(id, by = diagn))
Data: dL (Number of observations: 3600)
Draws: 4 chains, each with iter = 5000; warmup = 2500; thin = 1;
total post-warmup draws = 10000
```

```
Group-Level Effects:
~id (Number of levels: 900)
```

```
sd(Intercept:diagnControl)
sd(time:diagnControl)
sd(Intercept:diagnPatient)
sd(time:diagnPatient)
cor(Intercept:diagnControl,time:diagnControl)
cor(Intercept:diagnPatient,time:diagnPatient)
```

	Estimate	Est.Error	1-95% CI	u-95% CI	Rhat	Bulk_ESS
	2.97	0.09	2.80	3.16	1.00	3373
	0.55	0.03	0.49	0.61	1.00	3239
	4.33	0.19	3.98	4.71	1.00	2332
	0.65	0.04	0.57	0.73	1.00	5965
	0.33	0.06	0.21	0.44	1.00	7388
	0.19	0.07	0.04	0.33	1.00	9704

```
Population-Level Effects:
```

	Estimate	Est.Error	1-95% CI	u-95% CI	Rhat	Bulk_ESS	Tail_ESS
Intercept	9.95	0.13	9.70	10.20	1.00	2213	3746
diagnPatient	-1.60	0.29	-2.17	-1.05	1.00	1555	2921
time	1.05	0.03	0.99	1.11	1.00	9975	7971
diagnPatient:time	-0.32	0.06	-0.43	-0.22	1.00	10585	8437

```
Family Specific Parameters:
```

	Estimate	Est.Error	1-95% CI	u-95% CI	Rhat	Bulk_ESS	Tail_ESS
sigma	1.10	0.02	1.07	1.14	1.00	3149	5968

Draws were sampled using sampling(NUTS). For each parameter, Bulk_ESS and Tail_ESS are effective sample size measures, and Rhat is the potential scale reduction factor on split chains (at convergence, Rhat = 1).

1.21

^2

^2

8.82
0.30
18.75
0.42